COORDONNEES DE VECTEURS / DISTANCES

I. Coordonnées d'un vecteur

1) Vecteur $\overrightarrow{AB}$

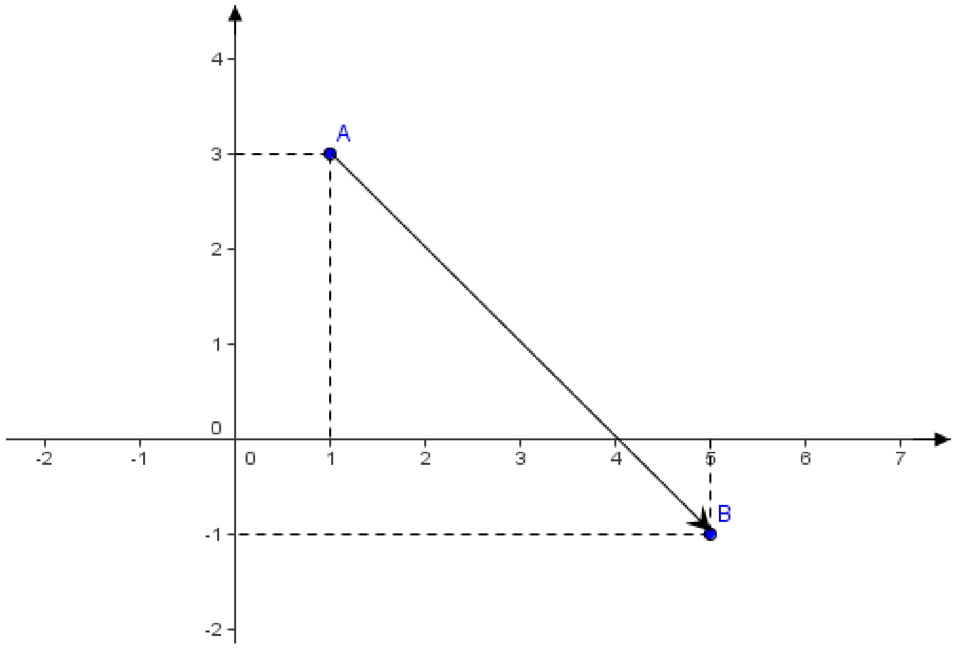
Activité 1 : activité mettant en place la notion de coordonnées de vecteurs et la formule permettant de trouver les coordonnées d'un vecteur dont on connaît les coordonnées de l'origine et de l'extrémité

Théorème1 : Dans le plan muni d'un repère $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$, soit $\vec{v}$ un vecteur.
Il existe un unique couple $(x\ ;\ y)$ de nombres tels que $\vec{v} = x\,\overrightarrow{OI} + y\,\overrightarrow{OJ}$

Définition1 : Les nombres x et y tel que $\vec{v} = x\,\overrightarrow{OI} + y\,\overrightarrow{OJ}$ sont appelés coordonnées du vecteur $\vec{v}$ dans le repère $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$. De plus, x est l'abscisse et y l'ordonnée du vecteur $\vec{v}$ dans ce repère.

Propriété1 : Dans le plan muni d'un repère, si A et B sont deux points de coordonnées respectives $(x_A\ ;\ y_A)$ et $(x_B\ ;y_B)$
alors **le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées** $(x_B - x_A\ ; y_B - y_A)$.
On note $\overrightarrow{AB}\ (x_B - x_A\ ; y_B - y_A)$.

Exemple :
Dans le repère ci-dessous, les points A et B sont de coordonnées respectives $(1\ ;\ 3)$ et $(5\ ;\ -1)$
Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$



Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont obtenues par le calcul $(x_B - x_A\ ; y_B - y_A)$
Ce qui donne dans notre cas : $\overrightarrow{AB}\ (5 - 1\ ;\ -1 - 3)$
Bilan : Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(4\ ;\ -4)$

Remarque : On peut vérifier la cohérence du résultat trouvé par lecture dans le repère.

Exercice : Placer deux points A et B dans un repère et déterminez les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et tracer dans ce même repère le vecteur $\overrightarrow{AC}$ tel que ses coordonnées soient $\left(-3\,;\ 2\right)$

Propriété2 : Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont des vecteurs de coordonnées respectives $(x\,;\ y)$ et $(x'\,;\ y')$ alors le vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ a pour coordonnées $(x+x'\,;\ y+y')$

2) Egalité de deux vecteurs :

Propriété1 :
- Si deux vecteurs sont égaux alors ils ont les mêmes coordonnées.
- Si deux vecteurs ont les mêmes coordonnées alors ils sont égaux.

II. Coordonnées du milieu d'un segment

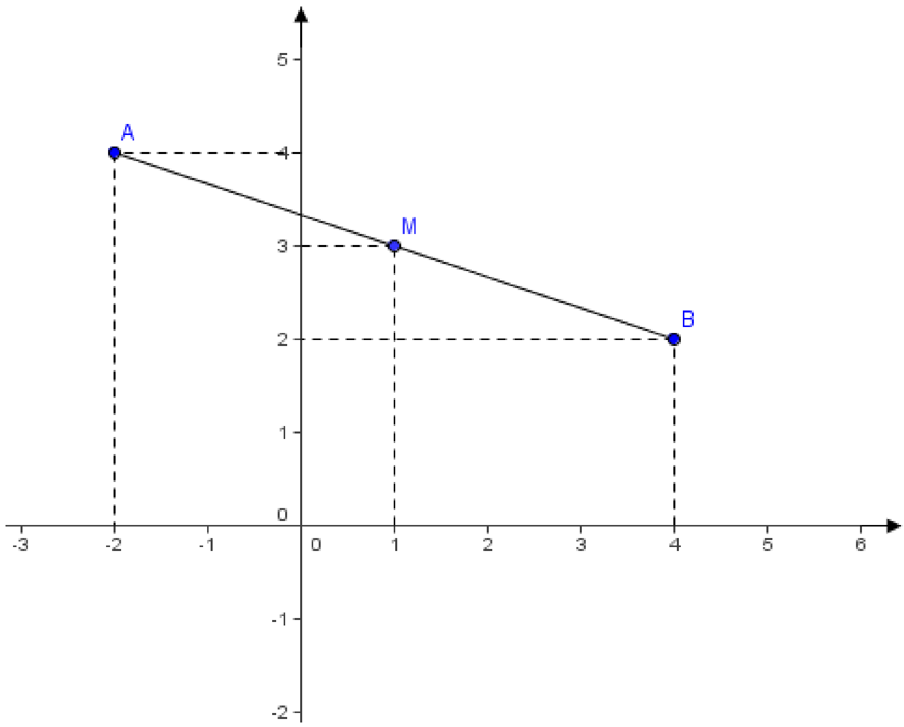
Activité 2 : mise en place et démonstration de la propriété 2

Propriété2 : Dans le plan muni d'un repère, si A et B sont deux points distincts de coordonnées respectives $(x_A\,;\ y_A)$ et $(x_B\,;y_B)$, alors **le milieu I du segment** $[AB]$ a pour coordonnées :

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ et } y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$

On a donc $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}\,;\ \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

Exemple : Dans le repère ci-dessous, les points A et B sont de coordonnées respectives $(-2\,;\ 4)$ et $(4\,;\ 2)$
Calculer les coordonnées du point M milieu du segment $[AB]$



Les coordonnées du point M milieu du segment [AB] sont obtenues par :

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}\,;\ \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Ce qui donne dans l'exemple

$$M\left(\frac{-2+4}{2}\,;\ \frac{4+2}{2}\right)$$

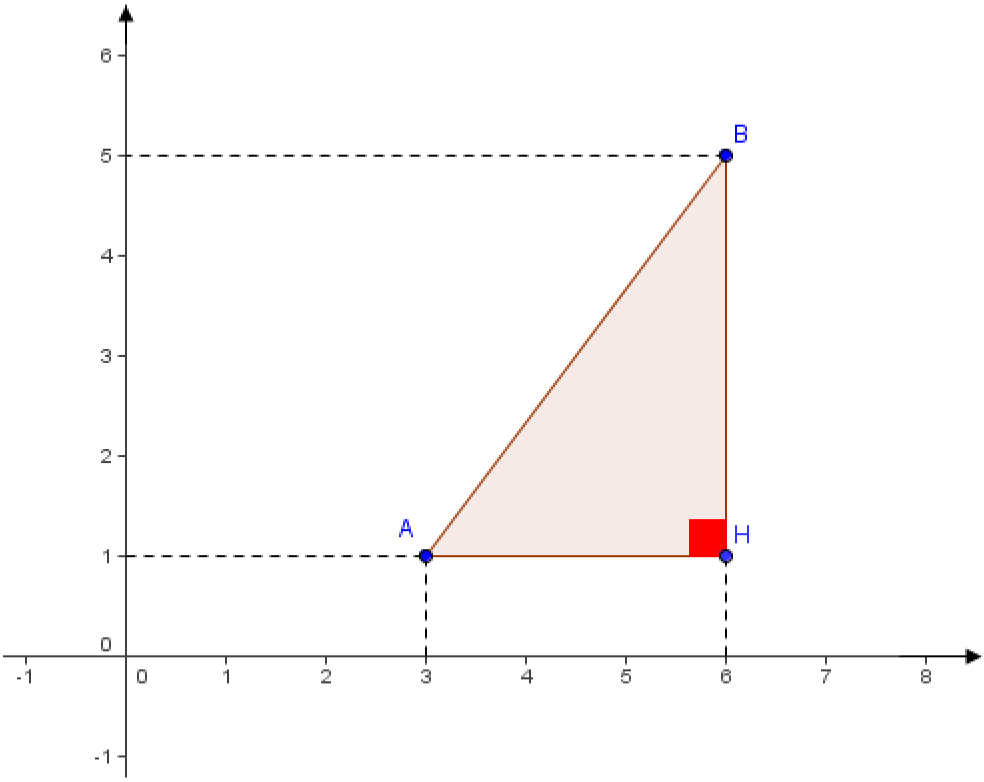
Soit $M\left(1\,;\ 3\right)$

III. Distance de deux points dans un repère orthonormé

Activité 3 : activité de découverte et démonstration de la propriété 3

Propriété3 : Dans le plan muni d'un repère **orthonormé**, si A et B sont des points de coordonnées respectives $(x_A\ ;\ y_A)$et $(x_B\ ;y_B)$
alors **la distance** $\boldsymbol{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$

Idée de la preuve : Il s'agit d'une preuve basée sur le théorème de Pythagore dans le triangle AHB rectangle en H. *(Voir activité 3)*



Exemple : Dans le plan muni d'un repère orthonormé, soient A et B deux points de coordonnées respectives $(-2\ ;\ 3)$ et $(1\ ;\ 3\ )$.